

Übungsblatt 8 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 19.03.2014

Aufgabe 1: Man betrachte ein Viereck im \mathbb{R}^n , dessen Eckpunkte die Ortsvektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbb{R}^n$ besitzen. Man zeige rechnerisch, dass durch die Verbindung der Seitenmitten zweier benachbarter Vierecksseiten insgesamt ein Parallelogramm entsteht. Für den Fall $n = 2$ fertige man eine Skizze an.

Aufgabe 2: Man weise mit Hilfe der Rechenregeln für das Skalarprodukt die sog. *Parallelogrammgleichung* aus der Vorlesung

$$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)$$

für Vektoren $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$ nach.

Aufgabe 3: Durch die Punkte $P = (0, 2, -1), Q = (-4, 2, 4), R = (1, -5, 3)$ wird ein Dreieck im \mathbb{R}^3 beschrieben. Man berechne den Flächeninhalt.

Aufgabe 4: Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Man bestimme einen Vektor $\vec{n} \in \mathbb{R}^3$, der sowohl auf \vec{v} als auch auf \vec{w} senkrecht steht.
- Man bestimme einen Vektor $\vec{n}_0 \in \mathbb{R}^3$, der sowohl auf \vec{v} als auch auf \vec{w} senkrecht steht und die Länge 1 hat.
- Wie viele solcher Vektoren gibt es?

Aufgabe 5: Es sei

$$\mathbb{P}_3 := \{p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ und } a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$$

der Raum der Polynome mit Grad kleiner oder gleich 3. Man zeige, dass es sich mit der Addition

$$p + q \text{ mit } (p + q)(x) = p(x) + q(x) = (a + \alpha)x^3 + (b + \beta)x^2 + (c + \gamma)x + (d + \delta)$$

sowie der skalaren Multiplikation

$$\lambda \cdot p \text{ mit } (\lambda \cdot p)(x) = \lambda \cdot p(x) = (\lambda a)x^3 + (\lambda b)x^2 + (\lambda c)x + (\lambda d)$$

für Polynome $p, q \in \mathbb{P}_3$ mit $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ bzw. $q(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ um einen \mathbb{R} -Vektorraum handelt.

Aufgabe 6: Man registriere sich auf <http://informatik.forumprofi.de/>

Homepage zur Veranstaltung: <http://www.mklinger.net/vorkurs/>