

## Übungsblatt 10 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 21.03.2014

**Aufgabe 1:** Man gebe an, ob die folgenden Matrizen invertierbar sind. Im Falle der Invertierbarkeit berechne man die Inverse.

(a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(c)  $C = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

(b)  $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

(d)  $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 2:** Man gebe die Lösungsmenge  $\mathbb{L}$  des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

an.

**Aufgabe 3:** Man entscheide, welche der folgenden Abbildungen linear sind. Im Falle der Linearität überführe man sie in die Schreibweise  $\vec{x} \mapsto A\vec{x}$  mit einer geeigneten Matrix  $A$ . Ansonsten widerlege man die Linearität mit einem geeigneten Beispiel.

(a)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
mit  $f(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$

(c)  $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
mit  $h(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}$

(b)  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
mit  $g(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + 4 \end{pmatrix}$

(d)  $i : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$   
mit  $i(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_1^2 + x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 4:** Man beweise den folgenden Satz aus der Vorlesung:

**Satz 2.5.26:** Es sei  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  eine lineare Abbildung. Dann gilt

$$f(\vec{0}) = \vec{0}.$$